

Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Een parabool

1 maximumscore 4

- $2x^2 + 3x - 4 = 2x - 1$ geeft $2x^2 + x - 3 = 0$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking exact kan worden opgelost 1
- Hieruit volgt (voor de x -coördinaten van de snijpunten) $x = -1\frac{1}{2}$ en $x = 1$ 1
- De bijbehorende y -coördinaten zijn $y = -4$ en $y = 1$ (dus $A(-1\frac{1}{2}, -4)$ en $B(1, 1)$) 1

2 maximumscore 3

- $f'(x) = 4x + 3$ 1
- (De richtingscoëfficiënt van l is 2, dus de richtingscoëfficiënt van k is $-\frac{1}{2}$, dus) voor x_P geldt $f'(x) = -\frac{1}{2}$ (dus de vergelijking $4x + 3 = -\frac{1}{2}$ moet worden opgelost) 1
- Dit geeft $x_P = -\frac{7}{8}$ 1

3 maximumscore 3

- Vermenigvuldigen ten opzichte van de x -as met -1 geeft de grafiek van $y = -(2x^2 + 3x - 4)$ (of een gelijkwaardige vorm) 1
- Daarna vermenigvuldigen ten opzichte van de y -as met -1 geeft de grafiek van $g(x) = -(2 \cdot (-x)^2 + 3 \cdot -x - 4)$ (of een gelijkwaardige vorm) 1
- $g(-\frac{1}{4}) = 3\frac{1}{8}$, dus het punt $(-\frac{1}{4}, 3)$ ligt niet op de grafiek van g 1

of

- (Terug)vermenigvuldigen van het punt $(-\frac{1}{4}, 3)$ ten opzichte van de y -as met -1 geeft een punt met x -coördinaat $\frac{1}{4}$ 1
- (Terug)vermenigvuldigen van het punt $(-\frac{1}{4}, 3)$ (of $(\frac{1}{4}, 3)$) ten opzichte van de x -as met -1 geeft een punt met y -coördinaat -3 1
- $f(\frac{1}{4}) = -3\frac{1}{8}$, dus het punt $(-\frac{1}{4}, 3)$ ligt niet op de grafiek van g 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

4 maximumscore 5

- Een exacte berekening waaruit volgt dat $x_T = -\frac{3}{4}$ 1
- $y_T = f(-\frac{3}{4}) = -5\frac{1}{8}$ 1
- (Op basis van symmetrie geldt) $x_D = -\frac{3}{4} + \frac{2\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2}$ (of
 $x_C = -\frac{3}{4} - \frac{2\frac{1}{2}}{2} = -2$) 1
- Dus $y_D = f(\frac{1}{2}) = -2$ (of $y_C = f(-2) = -2$) 1
- De gevraagde afstand is dus $(-2 - -5\frac{1}{8}) = 3\frac{1}{8}$ 1

of

- Voor x_C geldt $2x^2 + 3x - 4 = 2(x + 2\frac{1}{2})^2 + 3(x + 2\frac{1}{2}) - 4$; het rechterlid
herleiden tot $2x^2 + 13x + 16$; het oplossen van de vergelijking
 $2x^2 + 3x - 4 = 2x^2 + 13x + 16$ geeft $x_C = -2$ 1
- Dus $y_C = f(-2) = -2$ 1
- $x_T = -2 + \frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2} = -\frac{3}{4}$ 1
- $y_T = f(-\frac{3}{4}) = -5\frac{1}{8}$ 1
- De gevraagde afstand is dus $(-2 - -5\frac{1}{8}) = 3\frac{1}{8}$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Watertemperatuur

5 maximumscore 4

- $d = \left(\frac{26+14}{2} \right) = 20$ 1
- $a = (26 - 20) = 6$ 1
- $\left(\frac{226+43}{2} = 134,5 \text{ dus} \right) c = 135$ (of: $43 + 0,25 \cdot 365 = 134,25$, dus $c = 134$) 1
- $b = \frac{2\pi}{365}$ ($= 0,017214\dots$), dus de gevraagde waarde van b is 0,01721 1

Opmerking

Wanneer de waarde van b wordt berekend op basis van een periode gelijk aan $2 \cdot (226 - 43) = 366$, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

6 maximumscore 4

- De vergelijking $12 + 6\sin(0,0172(t - 150)) = 16$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Dit geeft $t = 192,4\dots$ ($t = 290,2\dots$ hoort niet bij de eerste dag) 1
- Het eindantwoord: (dagnummer) 193 1

of

- De vergelijking $12 + 6\sin(0,0172(t - 150)) = 16$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe een tabel van Z gemaakt kan worden 1
- Voor $t = 192$ geldt $Z = 15,9\dots$ en voor $t = 193$ geldt $Z = 16,0\dots$ 1
- Het eindantwoord: (dagnummer) 193 1

Opmerking

Als een kandidaat het dagnummer 192 als eindantwoord geeft, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Drie punten op een grafiek

7 maximumscore 2

Voorbeeld van een juist antwoord:

- Als de waarde van x heel groot wordt, dan wordt de waarde van $\sqrt{6x-2}$ ook heel groot 1
- Dan wordt $\frac{1}{\sqrt{6x-2}}$ bijna 0 (dus is inderdaad de lijn met vergelijking $y = 0$ de horizontale asymptoot van de grafiek van f) 1

8 maximumscore 3

- Uit $\frac{1}{\sqrt{6x-2}} = 2$ volgt $2\sqrt{6x-2} = 1$ (of $\frac{1}{6x-2} = 4$) 1
- Dus $4(6x-2) = 1$ (of een gelijkwaardige lineaire vergelijking) 1
- Hieruit volgt $x_P = \frac{3}{8}$ 1

9 maximumscore 7

- $f(x) = (6x-2)^{-\frac{1}{2}}$ 1
- $f'(x) = -\frac{1}{2}(6x-2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 6 = -3(6x-2)^{-\frac{1}{2}}$ 2
- $f'(\frac{1}{2}) = -3$ 1
- Lijn l heeft vergelijking $y = -3x + b$ en gaat door $Q(\frac{1}{2}, 1)$, dus $b = 2\frac{1}{2}$ 1
- Uit $-3x + 2\frac{1}{2} = 0$ volgt $x_A = \frac{5}{6}$ 1
- De oppervlakte van driehoek OAB is dus $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{25}{24}$ 1

Opmerking

Voor het tweede antwoordelement mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend, tenzij de enige fout een rekenfout betreft (zie vakspecifieke regel 1). In dat geval mag 1 scorepunt worden toegekend.

10 maximumscore 3

- De vergelijking $f(x) = x^2$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Dit geeft ($x = 0,781\dots$, dus) de gevraagde waarde $x_R = 0,78$ 1

Een cirkel met rakende en snijdende lijnen

11 maximumscore 5

- Een vergelijking van j is $x = 4$ 1
- $y_S = (-\frac{2}{3} \cdot 4 + 8) = \frac{16}{3}$ 1
- De richtingscoëfficiënt van m is dus gelijk aan $\left(\frac{\frac{16}{3}}{4} = \frac{4}{3}\right)$ (dus een vergelijking van m is $y = \frac{4}{3}x$) 1
- Voor Q geldt $\frac{4}{3}x = 8$ 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $x_Q = 6$ 1

of

- Een vergelijking van j is $x = 4$ 1
- $y_S = (-\frac{2}{3} \cdot 4 + 8) = \frac{16}{3}$ 1
- $RS = \frac{16}{3}$ met R het snijpunt van j en de x -as; $ST = (8 - \frac{16}{3}) = \frac{8}{3}$ met T het snijpunt van j en l 1
- Driehoek SQT is gelijkvormig met driehoek SOR met factor $(\frac{8}{3} : \frac{16}{3}) = \frac{1}{2}$ 1
- $QT = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$, waaruit volgt dat $x_Q = (4 + 2) = 6$ 1

of

- Stel de coördinaten van punt Q zijn $(6, 8)$, dan is $y = \frac{8}{6}x$ de vergelijking van de lijn door O en Q 1
- Voor het snijpunt van deze lijn met lijn k geldt dan $\frac{8}{6}x = -\frac{2}{3}x + 8$ 1
- De x -coördinaat van het snijpunt is 4 1
- Een vergelijking van j is $x = 4$ 1
- Het gevonden snijpunt ligt inderdaad op j (dus geldt $Q(6, 8)$) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

12 maximumscore 5

- De richtingscoëfficiënt van n is gelijk aan $\left(\frac{0-8}{12-6}\right) = -\frac{4}{3}$ 1
 - Lijn n heeft vergelijking $y = -\frac{4}{3}x + b$ en gaat door $P(12, 0)$, dus $b = 16$ 1
 - (Substitutie van $y = -\frac{4}{3}x + 16$ in de vergelijking van c geeft)
 $(x-4)^2 + \left(-\frac{4}{3}x + 16 - 4\right)^2 = 16$ 1
 - De herleiding tot een vergelijking van de vorm $ax^2 + bx + c = 0$, zoals
 $\frac{25}{9}x^2 - 40x + 144 = 0$ 1
 - $D = (-40)^2 - 4 \cdot \frac{25}{9} \cdot 144 = 0$ (dus c en n hebben één punt
gemeenschappelijk, dus lijn n raakt cirkel c) 1
- of
- De richtingscoëfficiënt van n is gelijk aan $\left(\frac{0-8}{12-6}\right) = -\frac{4}{3}$ 1
 - Lijn n heeft vergelijking $y = -\frac{4}{3}x + b$ en gaat door $P(12, 0)$, dus $b = 16$ 1
 - Een berekening waaruit volgt dat $y = \frac{3}{4}x + 1$ een vergelijking is van de
lijn loodrecht op n door het middelpunt $(4, 4)$ van c 1
 - Een berekening van het snijpunt van deze lijn met lijn n geeft $x = \frac{36}{5}$ en
 $y = \frac{32}{5}$ 1
 - $\left(\frac{36}{5} - 4\right)^2 + \left(\frac{32}{5} - 4\right)^2 = 16$ (dus het snijpunt ligt op c , dus lijn n raakt
cirkel c) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

De veldleeuwerik

13 maximumscore 3

- De groeifactor per jaar is volgens het model 0,95 1
- De groeifactor per 50 jaar is dan $0,95^{50} = 0,076...$ (of: na 50 jaar is er $100 \cdot 0,95^{50} = 7,6...%$ over) 1
- 0,076... is groter dan 0,04 (of: 7,6... % is groter dan 4%), dus de uitspraak van de vogelbeschermmer is niet juist 1

of

- De groeifactor per 50 jaar is volgens de vogelbeschermmer (kleiner dan) 0,04 1
- De groeifactor per jaar is dan (kleiner dan) $0,04^{\frac{1}{50}} = 0,937...$ (dus jaarlijks is de afname groter dan 6,2...%) 1
- (Een groeifactor per jaar kleiner dan) 0,937... is ongelijk aan 0,95 (of (een afname groter dan) 6,2% is ongelijk aan 5%), dus de uitspraak van de vogelbeschermmer is niet juist 1

of

- De vergelijking $0,95^t = 0,04$ (met t in jaren vanaf 1990) moet worden opgelost 1
- Dit geeft $t = 62,...$ 1
- Dit is groter dan 50, dus de uitspraak van de vogelbeschermmer is niet juist 1

14 maximumscore 4

- Er geldt $58,66 = a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + 100$ en $36,52 = a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + 100$ 1
- Beschrijven hoe dit stelsel van twee vergelijkingen algebraïsch kan worden opgelost 1
- Hieruit volgt $a = 0,096$ 1
- Dit geeft $b = -5,094$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Dezelfde y-coördinaat

15 maximumscore 4

- $y_S = f(0) = 7$ 1
- $8 - 2^{3x^2 - 6x} = 7$ geeft $2^{3x^2 - 6x} = 1$ 1
- ($2^0 = 1$, dus) $3x^2 - 6x = 0$ 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $x_A = 2$ 1

of

- Voor de x -coördinaat van A moet $3x^2 - 6x$ dezelfde uitkomst hebben als voor $x = 0$ 1
- De uitkomst van $3x^2 - 6x$ voor $x = 0$ is gelijk aan 0 1
- Dus de vergelijking $3x^2 - 6x = 0$ moet worden opgelost 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $x_A = 2$ 1

Driehoeken

16 maximumscore 6

- Uit $\cos(25^\circ) = \frac{AC}{6}$ volgt $AC = 5,43\dots$ 1
- De cosinusregel in driehoek ABC geeft

$$AB = \sqrt{5,43\dots^2 + 7^2 - 2 \cdot 5,43\dots \cdot 7 \cdot \cos(25^\circ)} = 3,09\dots$$
 1
- De sinusregel in driehoek ABC geeft $\frac{7}{\sin(\angle BAC)} = \frac{3,09\dots}{\sin(25^\circ)}$ 1
- Hieruit volgt $\sin(\angle BAC) = 0,95\dots$ 1
- $\angle BAC = 107,03\dots(^\circ)$ ($72,96\dots^\circ$ voldoet niet) 1
- Dus $\angle BAD = 107,03\dots - 90 (= 17,03\dots^\circ)$, dus afgerond $\angle BAD = 17(^\circ)$ 1

of

- Uit $\cos(25^\circ) = \frac{AC}{6}$ volgt $AC = 5,43\dots$ 1
- De cosinusregel in driehoek ABC geeft

$$AB = \sqrt{5,43\dots^2 + 7^2 - 2 \cdot 5,43\dots \cdot 7 \cdot \cos(25^\circ)} = 3,09\dots$$
 1
- $\sin(25^\circ) = \frac{AD}{6}$ dus $AD = 2,53\dots$ 1
- De vergelijking $1^2 = 2,53\dots^2 + 3,09\dots^2 - 2 \cdot 2,53\dots \cdot 3,09\dots \cdot \cos(\angle BAD)$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Dit geeft $\cos(\angle BAD) = 0,95\dots$ en afgerond $\angle BAD = 17(^\circ)$ 1

of

- $\angle CDA = 180 - 25 - 90 = 65(^\circ)$, dus $\angle BDA = 180 - 65 = 115(^\circ)$ 1
- $\sin(25^\circ) = \frac{AD}{6}$ dus $AD = 2,53\dots$ 1
- De cosinusregel in driehoek BDA geeft

$$AB = \sqrt{1^2 + 2,53\dots^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2,53\dots \cdot \cos(115^\circ)} = 3,09\dots$$
 1
- De sinusregel in driehoek BDA geeft $\frac{1}{\sin(\angle BAD)} = \frac{3,09\dots}{\sin(115^\circ)}$ 1
- Hieruit volgt $\sin \angle BAD = 0,29\dots$ 1
- Dit geeft afgerond $\angle BAD = 17(^\circ)$ 1

of

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

- Uit $\cos(25^\circ) = \frac{AC}{6}$ volgt $AC = 5,43\dots$ 1
- $\angle CDA = 180 - 25 - 90 = 65^\circ$, dus $\angle BDA = 180 - 65 = 115^\circ$ 1
- $\angle ABD = 180 - 115 - \alpha = 65^\circ - \alpha$ (met $\angle BAD = \alpha$) 1
- De sinusregel in driehoek ABC geeft $\frac{5,43\dots}{\sin(65^\circ - \alpha)} = \frac{7}{\sin(90^\circ + \alpha)}$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Dit geeft ($\alpha = 17,03\dots^\circ$, dus) afgerond $\angle BAD = 17^\circ$ 1

of

- Uit $\cos(25^\circ) = \frac{AC}{6}$ volgt $AC = 5,43\dots$ 1
- De cosinusregel in driehoek ABC geeft

$$AB = \sqrt{5,43\dots^2 + 7^2 - 2 \cdot 5,43\dots \cdot 7 \cdot \cos(25^\circ)} = 3,09\dots$$
 1
- De sinusregel in driehoek ABC geeft $\frac{7}{\sin(\angle BAC)} = \frac{3,09\dots}{\sin(25^\circ)}$ 1
- $\angle BAC = \angle BAD + 90^\circ$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\frac{7}{\sin(x + 90^\circ)} = \frac{3,09\dots}{\sin(25^\circ)}$ (met
 $\angle BAD = x$) kan worden opgelost 1
- Dit geeft ($x = 17,03\dots^\circ$, dus) afgerond $\angle BAD = 17^\circ$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Waterleiding

17 maximumscore 4

- $S_{50} = {}^{0,427}\log(50) + 12,9 = 8,30\dots$ 1
- De vergelijking ${}^{0,427}\log(t) + 12,9 = 1,2 \cdot 8,30\dots (= 9,96\dots)$ moet worden opgelost 1
- ${}^{0,427}\log(t) = -2,93\dots$ 1
- $t = 0,427^{-2,93\dots} = 12,16\dots$, dus het eindantwoord is: (na) 12,2 (jaar) 1

Opmerking

Als de berekende waarde voor t wordt afgerond naar 12,1, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

18 maximumscore 4

- $D = 312,9 + 2w$ 1
- Invullen geeft $w = \frac{1,75 \cdot (312,9 + 2w)}{14 + 1,75}$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- (Dit geeft $w = 44,7$ dus) de gevraagde wanddikte is 45 (mm) 1

Opmerking

Als de berekende waarde voor w wordt afgerond naar beneden, hiervoor 1 scorepunt in mindering brengen.

Bronvermeldingen

De veldleeuwerik

tekening Shutterstock ID: 1776640748/maker: Morphart Creation
figuur eigen werk (cito) o.b.v. meetgegevens <https://www.cbs.nl/nl-nl/nieuws/2015/32/weidevogels-in-duikvlucht>

Waterleiding

foto Shutterstock ID: 1945531930/maker: Serhii Krot

overige figuren Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling, 2025